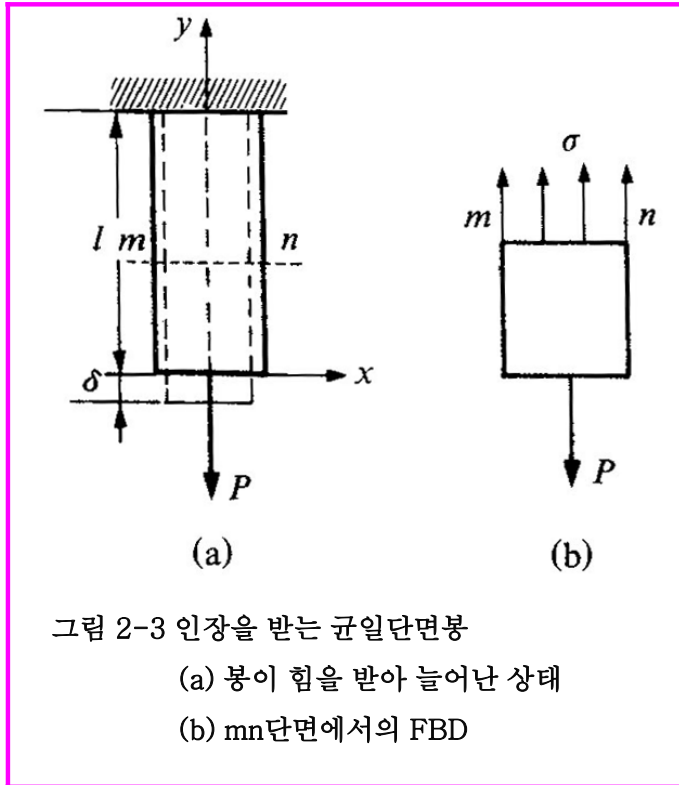


2-2 인장응력과 인장변형률



외력 P 가 작용하는 균일 단면봉의 단면 mn 을 절단하여 자유물체도(free body diagram; FBD)를 그려보자. 그러면 절단면에서는 뉴턴(Newton)의 제3법칙에 의하여 작용력(action force)과 반작용력(reaction force)은 같게 되므로 [그림(b)]와 같은 자유물체도에서 y 방향 방향의 힘의 평형방정식을 적용시키면 식(2-1)을 얻을 수 있다.

$$\sum P_y = 0 : \sigma \cdot A - P = 0 \quad (2-1)$$

임의 단면을 갖는 균일 단면봉이 축하중을 받을 때, 그 단면에 발생하는 응력은 식(2-1)에서 식(2-2)와 같이 구해진다.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2-2)$$

➤ 응력(stress, σ)

1. 정의 : 단위 면적당의 힘의 세기
2. 종류

인장응력(tensile stress) : 하중 P에 의해 봉이 신장되는 경우의 응력
압축응력(compressive stress) : 하중 P에 의해 봉이 압축되는 경우의 응력
수직응력(normal stress) : 단면에 수직인 응력
단순응력상태 : 인장 또는 압축만을 받을 때 횡단면에는 균일한 수직응력이 생기며, 이 수직응력의 합력이 P가 되는 응력상태

3. 단위

미터계 단위(Meter System Unit) : $kgf / mm^2, kgf / cm^2$

USCS 단위(U.S. Customary System) : $lb / in^2 (psi)$

SI 단위(International System of Unit) : $N / m^2 (Pascal, Pa), kPa, MPa, GPa$

1psi는 약 7,000Pa이며, 1ksi=10³ psi, 1kPa=10³ Pa, 1MPa=10⁶ Pa, 1GPa=10⁹ Pa이다.

본서에서는 위의 3가지 단위계들을 혼용하여 사용함으로써 독자들이 여러 단위계에 익숙해지게 하고자 한다.

USCS(U.S. Customary System / unit)의 약자.

➤ 변형률(strain, ε)

1. 정의

외력 P 에 의해 길이 l 인 봉이 힘의 방향으로 δ 만큼 늘어났다고 가정 할 때, 원래 길이 l 에 대한 신장량 δ 의 비로 식(2-3)과 같이 정의된다.

$$\varepsilon = \frac{\delta}{l} \quad (2-3)$$

2. 종류

인장변형률(tensile strain) : 봉이 인장될 때의 변형률

압축변형률(compressive strain) : 봉이 압축될 때의 변형률

수직변형률(normal strain) : 수직응력과 관계되는 변형률

3. 단위

무차원량(dimensionless)으로서 어떤 단위계가 사용되든지

숫자로만 나타남 ➔ 따라서 사용하기가 가장 용이함

2-3 후크법칙, 푸아송비

➤ 후크 법칙(Hooke's law, 1678)

“ 재료에 어느 한계 이하의 외력을 가했을 때 변형량은 외력의 크기와 재료의 길이에 비례하고 재료의 단면적에 반비례한다. ”

$$\delta = \frac{Pl}{AE} \quad (2-4)$$

P : 외력(kgf, N)
l : 재료의 길이(mm, m)
A : 단면적(mm², m²)
δ : 신량(mm, m) 단, 압축일 때는 축량
E : 탄성계수

➤ 탄성계수, E

재료에 따라 정해지는 재료정수로서 종탄성계수, 또는 **영계수(Young's modulus)**라 한다.

Ex.) 철강의 탄성계수

$$E = 2.1 \times 10^4 \text{ kgf} / \text{mm}^2, 30 \times 10^6 \text{ psi} \quad \text{미터계 단위, USCS 단위}$$

$$E = 2.06 \times 10^{11} \text{ Pa}(= \text{N} / \text{m}^2) = 206 \text{ GPa}(= 2.1 \times 10^{10} \times 9.8 \text{ N} / \text{m}^2) \quad \text{SI 단위}$$

❖ Hooke' Law 가정 (1678)

- (1) **하중의 크기**는 재료가 완전탄성을 잃지 않는 범위, 즉 탄성한계 이하 라야 한다.
- (2) **재료**는 균질성(homogeneous, 均質性)을 유지해야 한다.
- (3) **하중(외력)**은 “영”에서 P까지 점차적으로 커지는 정하중이다.
- (4) **하중**은 축선과 일치한다(축선이란 단면의 중심을 이은 중심선).

➤ 푸아송 비(Poisson's ratio, ν)

식(2-4)는 식(2-2)와 (2-3)으로 부터 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2-5)$$

식(2-4)에서 $EA = \frac{Pl}{\delta} = \frac{P}{\varepsilon}$ 가 되어 EA는 단위길이당의 변형을 일으키는 데

필요한 힘이 되어 축강성(axial rigidity)이라 한다.

그림 2-3에서, 가로로 줄어드는 변형률(lateral strain, ε_d)은 식(2-6)과 같다.

$$\varepsilon_d = \frac{d'-d}{d} \quad (2-6)$$

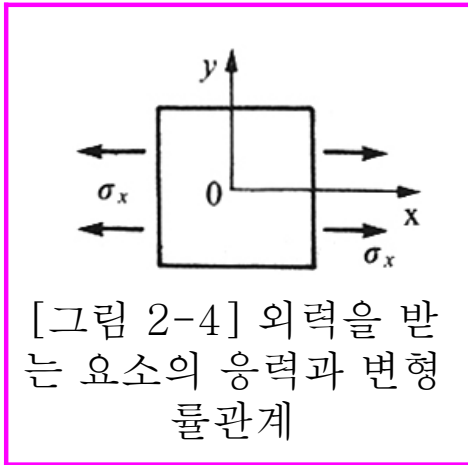
또, 하중방향의 변형률(longitudinal strain)은 식(2-7)로 표현된다.

$$\varepsilon = \frac{l'-l}{l} = \frac{\delta}{l} \quad (2-7)$$

따라서, ε 와 ε_d 와는 식 (2-8)과 같은 비례관계가 있다.

$$\nu = \frac{|\varepsilon_d|}{\varepsilon} (= \frac{1}{m}) \quad (2-8)$$

두 값의 비 ν 를 푸아송 비(Poisson's ratio), 이것의 역수 m 을 푸아송 수 (Poisson's number)라고 한다.



[그림 2-4]에서 외력을 받는 물체 내의 임의 미소요소의 응력 σ_x 만이 있을 때, $\varepsilon_x = \sigma_x / E$
Y 방향의 변형률 ε_y 는 식 (2-9)와 같게 된다.

$$\varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (2-9)$$

[예제 2-1]

원형단면(20mm)의 봉(길이;20cm)에 4,000kgf의 인장력이 걸렸을 때 지름이 19.97mm, 길이는 201mm로 변형되었다. 이때 (1) 응력, (2) 변형률, (3) 푸아송비를 계산하라.

풀이

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 314(\text{mm}^2), \quad \delta = l' - l = 1(\text{mm}), \quad \delta_d = \delta - \delta' = 0.03(\text{mm})$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{4,000}{314} = 12.74(\text{kgf/mm}^2)$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{l} = \frac{1}{200} = 0.005, \quad \epsilon_d = -\frac{0.03}{20} = -0.0015$$

$$\nu = \frac{|\epsilon_d|}{\epsilon} = \frac{0.0015}{0.005} = 0.3$$

[예제2-2] 강봉이 그림과 같이 매달려 여러 힘을 받고 있다. 봉의 단면적이 5cm^2 , $E=2 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ 일 때 봉의 신량을 구하라.
(단, 자중은 무시하고 $P_1=2\text{t}$, $P_2=1\text{t}$, $P_3=1\text{t}$ 이다.)

풀이

그림과 같이 전체의 자유물체도를 도시하고 y 방향의 평형방정식을 적용하면 다음과 같다.

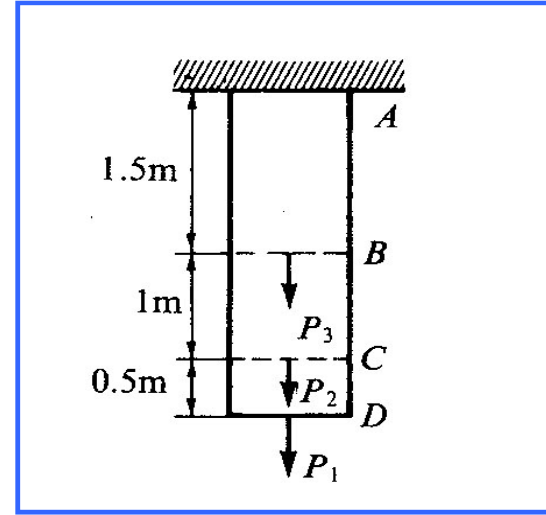
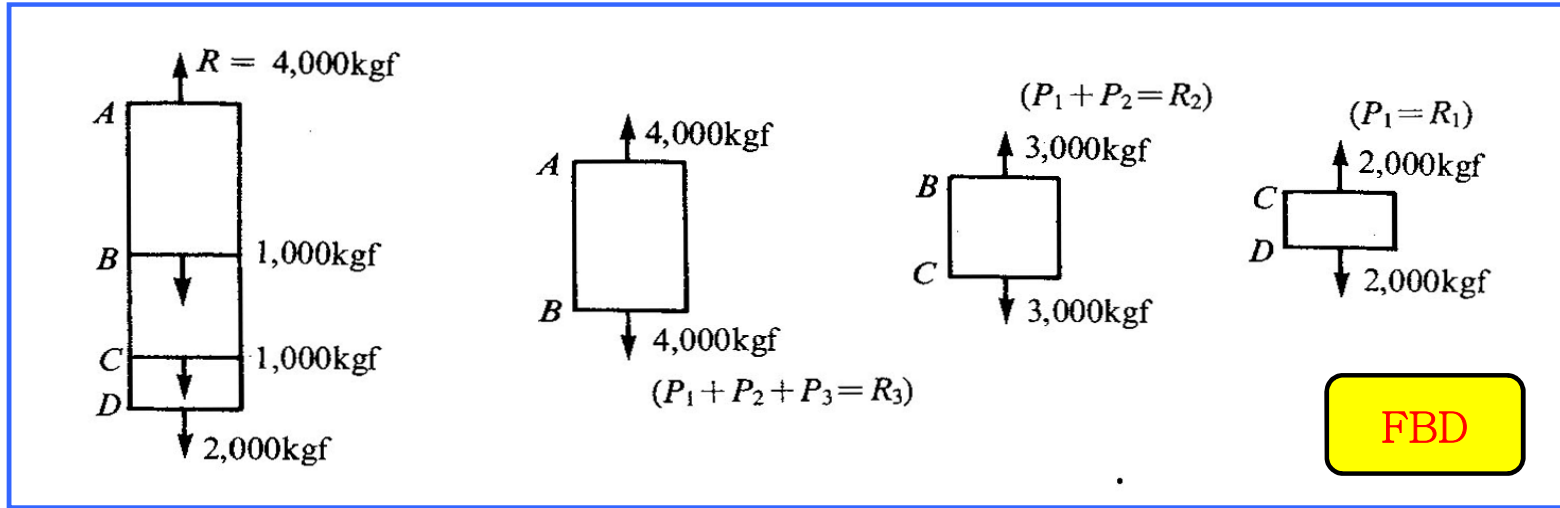


그림 1



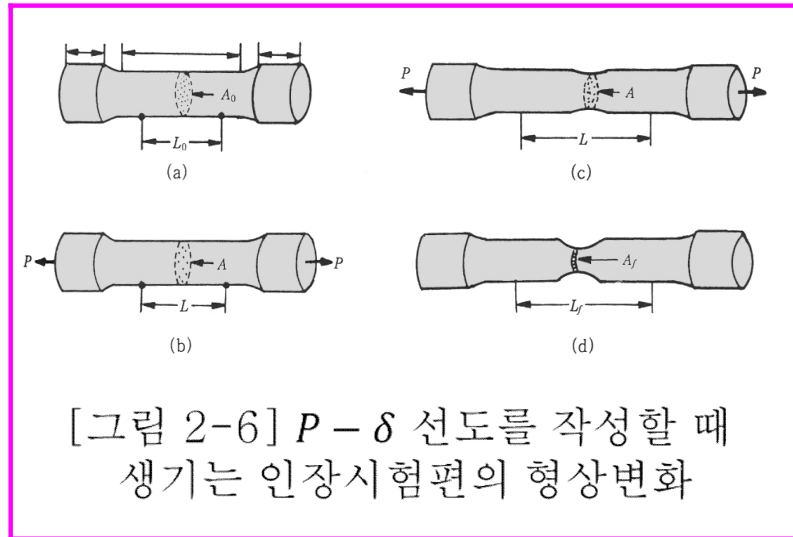
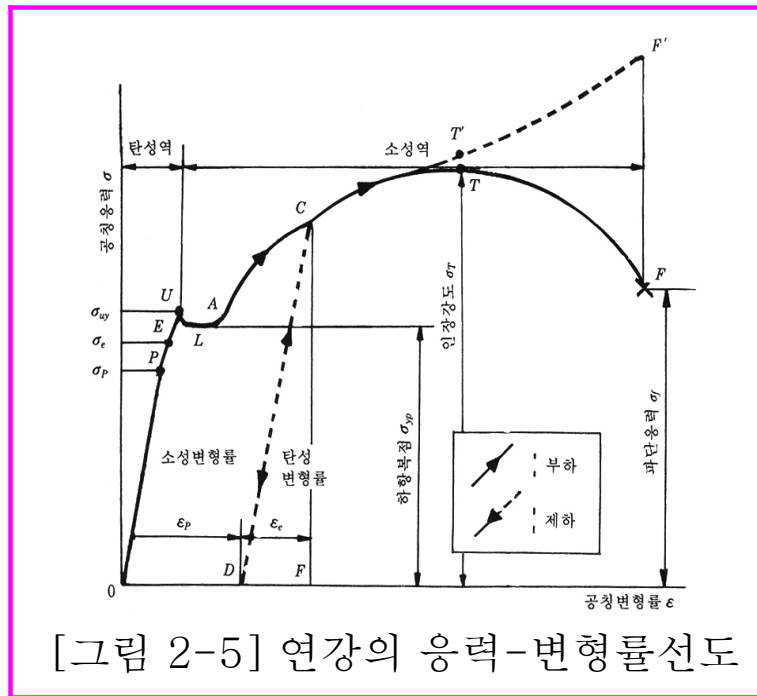
$\sum P_y = 0 : 2,000 + 1,000 + 1,000 - R = 0$ 에서 반력 $R = 4,000kgf$ 이다.

그림에서 각 요소의 FBD에서 평형방정식을 적용시켜 힘의 관계를 구하면 봉의 신량의 합으로 된다.

$$\begin{aligned}\delta &= \delta_{AB} + \delta_{BC} + \delta_{CD} = \frac{1}{EA} (R_3 l_3 + R_2 l_2 + R_1 l_1) \\ &= \frac{1}{2 \times 10^6 \times 5} (4,000 \times 150 + 3,000 \times 100 + 2,000 \times 50) = 0.1(cm)\end{aligned}$$

2-4 응력-변형률선도

인장시험기에서 도어진 하중(P)-변형량(δ)선도에서 P를 시험편의 처음 단면적 A_0 로 나눈 응력(σ)의 눈금으로, δ 는 l_0 로 나눈 것을 변형률(ϵ)의 눈금으로 한 것이 응력-변형률(σ - ϵ)선도이다.



<표 2-1> σ - ϵ 선도의 주요부를 정리

기호	명칭	정의
σ_P	비례한도	응력과 변형률이 비례하는 영역에서 최대응력. (proportional limit)
σ_E	탄성한도	소성변형을 일으키지 않는 탄성변형의 최대응력 (elastic limit)
σ_{uv}	상항복점	항복이 생길 때의 최대응력 (upper yield stress)
σ_{vp}	하항복점	항복개시 후 하중이 증가하지 않아도 변형률이 생기는 응력, 보통 항복점이란 이 하항복점을 말한다. (lower yield stress)
σ_T	인장강도	공칭응력-변형률선도의 최대응력, 최후강도라고 한다. (ultimate tensile strength)
σ_f	파단응력	인장시험에 있어 파단시의 공칭응력 (fracture strength)
E	영률	비례한도 이하에서 응력과 변형률의 비 (Young's modulus)
ϕ	연신율	백분율로 나타낸 파단시의 공칭 변형률 (percentage of elongation, elongation)
ψ	단면수축률	백분율로 나타낸 파단시의 단면 수축 (reduction of area)

➤ 가공경화(work hardening)

: 재료가 소성변형을 받고도 큰 응력에 견딜 수 있는 성질
변형을 경화(strain-hardening)라고도 한다.

➤ 공칭응력(nominal stress)

: 하중을 항상 원래의 단면적으로 나누어준 응력

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \quad (A_0 : \text{시험편의 원단면적})$$

➤ 진응력(true stress)

: 하중을 점점 변하는 단면적으로 나눈 응력

$$\sigma_t = \frac{P}{A_a} \quad (A_a : \text{시험편의 실제 단면적})$$

➤ 공칭변형률(nominal strain)

$$\varepsilon = \frac{l_a - l_0}{l_0} = \frac{\delta}{l_0} \quad \left(\begin{array}{l} l_0: \text{시편의 처음길이} \\ l_a: \text{하중에 따른 실제길이} \end{array} \right)$$

➤ 진변형률(true strain, natural strain)

: 하중의 증가에 따른 실제길이에 대한 길이의 증분의 비

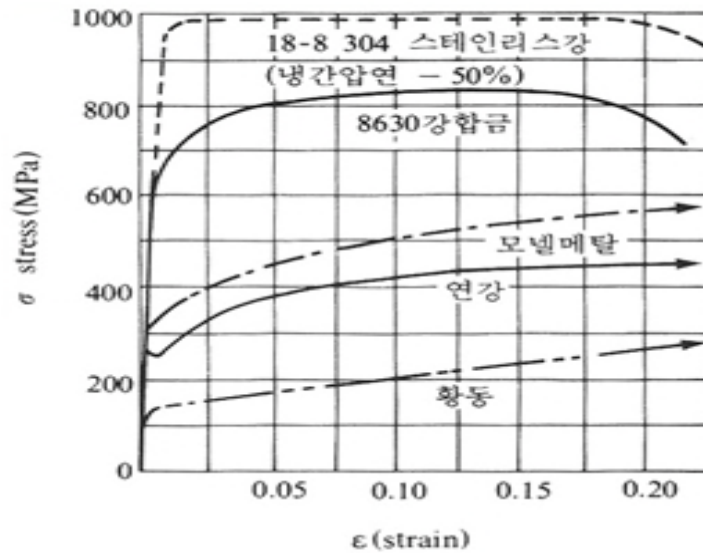
$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta l_a}{l_a}$$

➤ 전 진변형률(total true strain, ε_t)

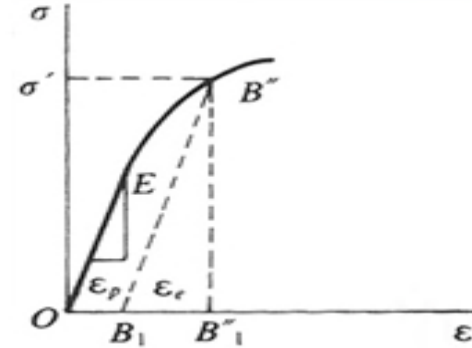

$$\varepsilon_t = \Sigma \Delta\varepsilon = \Sigma(\Delta l_a / l_a)$$

$$\varepsilon_t = \int_{l_0}^{l_a} \frac{dl_a}{l_a} = \ln \frac{l_a}{l_0}$$

(2-10)



(a) 각 재료의 $\sigma - \epsilon$ 선도 ; 화살표는 파단 안되고 계속 변형됨을 나타냄



(b) 영구변형률

[그림 2-7] 각종재료의 응력변형률선도

< (a)의 특징 >

1. 항복점이 뚜렷한 재료와 그렇지 않은 재료가 있다.
2. 항복점과 인장강도가 비슷하면서 높은 강도를 가진 재료가 있다. (ex. 스테인리스강)
3. 항복점이 낮고 변형률이 대단히 큰 재료도 있다. (ex. 황동)
4. 그림의 화살표는 눈금 범위 이상으로 계속 변형된다는 것을 의미한다.

< (b)의 특징 >

응력 σ' 를 제거하면 점 B'' 에서 탄성거동에 따라 점 B' 에 도달

1. $B_1B''_1$ 은 탄성변형률 ϵ_e 로 복원.
2. OB_1 은 원상으로 복귀되지 않음.

이 OB_1 을 영구 변형률(permanent set, 소성 변형률)이라 한다.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (2-11)$$

(ε : 변형률 ε_e : 탄성변형률 ε_p : 소성변형률)

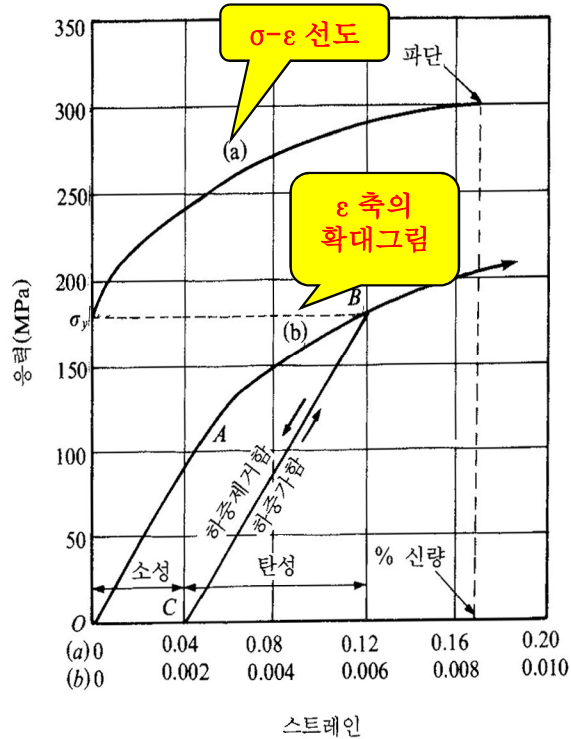


그림 2-8 σ - ε 선도와 0.2%의 항복점을 구하는 방법의 예

➤ 오프셋 항복강도(offset yield strength)

: 항복점이 불확실한 재료에서 0.2%의 영구 변형률을 가지는 점을 항복점 대신 선택



그림2-8에서 0.002의 눈금에서 OA와 평행하게 작도한 CB 선상의 B점이 항복점

➤ 재료의 구분

: 여러 재료군의 σ - ε 곡선에서 나타나는 공통적인 특성을 근거

1. 연성재료(ductile material)

파단이 일어나기까지 큰 변형률에 견디는 재료

(ex. 연강, 알루미늄, 구리 및 그 합금 등)

2. 취성재료(brittle material)

인장시 비교적 작은 변형률 값에서 파단을 일으키는 재료

(ex. 콘크리트, 주철, 세라믹 재료 등)

■ 연성(ductile)의 척도 : 신장률과 단면감소율

$$\text{연신율} = \frac{l_f - l_0}{l_0} \times 100 \quad \left(\begin{array}{l} l_0: \text{최초의 표점길이} \\ l_f: \text{파단시 표점길이} \end{array} \right) \quad (2-12)$$

$$\text{단면수축률} = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \times 100 \quad \left(\begin{array}{l} A_0: \text{최초의 단면적} \\ A_f: \text{파단면의 단면적} \end{array} \right) \quad (2-13)$$

2-5 허용응력

➤ 허용응력(allowable stress)

: 탄성한계 내에서 각 부재에 실제로 생겨도 무방한 또는 의도적으로 고려해 주는 응력. 또는 사용응력(working stress)이라 칭함.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{al} &= \frac{\sigma_{yp}}{n}(a) \\ \sigma_{al} &= \frac{\sigma_u}{n}(b) \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

(σ_{yp} : 항복점 σ_u : 최후강도 n : 안전계수)

연성재료에서는 식(a), 취성재료에서는 식 (b)를 사용

[예제2-3]

세 가지의 다른 재료 A, B, C에 대해 직경 0.505in, 표점길이 2.0in인 표준시험편을 가지고 인장시험을 하였다. 시험편이 파단된 후의 표점길이가 각각 2.13, 2.48, 2.78in 이었고, 직경이 0.484, 0.398, 0.253in이었다. 각 시험편에 대한 연신률과 단면감소율의 백분율을 구하고, 취성 혹은 연성인가를 구분하여라.

풀이

식 (2-12), 식 (2-13)에서 구할 수 있다.

$$\text{재료 A : 신장률} = \frac{2.13 - 2.00}{2.00} \times 100 = 6.5\%$$

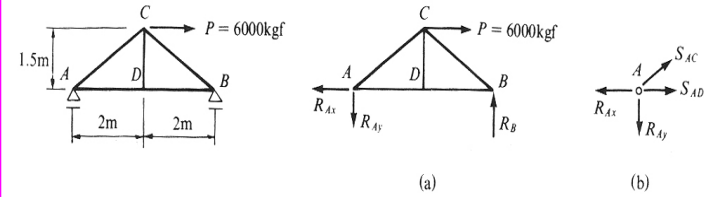
$$\text{단면감소율} = \frac{(0.505)^2 - (0.484)^2}{(0.505)^2} \times 100 = 8.1\% \quad \therefore \text{취성}$$

$$\begin{aligned} \text{재료 B : 신장률} &= 24\% \\ \text{단면감소율} &= 38\% \quad \therefore \text{연성} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{재료 C : 신장률} &= 39\% \\ \text{단면감소율} &= 75\% \quad \therefore \text{연성} \end{aligned}$$

[예제2-4]

[그림 2]의 트러스에서 강재의 항복점이 $4,000\text{kgf/cm}^2$, 인장을 받는 부재의 안전계수 2라면 부재 AC, AD의 단면적을 얼마로 할 것인가? (단, 압축부재의 좌굴은 무시한다.)



[그림 2]

[그림(a)]와 같이 전체 FBD를 그리고, 평형방정식을 적용시켜 반력을 구한다.

풀이

$$\begin{cases} \sum P_y = 0 : -R_{Ay} + R_B = 0, R_B = R_{Ay} \\ \sum P_x = 0 : R_{Ax} - P = 0, R_{Ax} = P = 6,000\text{kgf} \\ \sum M_A = 0 : R_B \times 4 - P \times 1.5 = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} R_B = \frac{1.5}{4}P = 2,250(\text{kgf}) \\ R_{Ay} = 2,250(\text{kgf}) \end{cases}$$

[그림(b)]에서 AC, AD부재의 축력을 S_{AC} , S_{AD} 라 하고, 점 A의 FBD를 나타내고 점 A에서 평형방정식을 적용시킨다.

$$\sum P_y = 0 : R_{Ay} - S_{AC} \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = R_{Ay} - S_{AC} \times \frac{3}{5} = 0$$

$$\therefore S_{AC} = 3,750\text{kgf}(\text{인장})$$

$$\sum P_x = 0 : R_{Ax} - S_{AC} \frac{4}{5} - S_{AD} = 0$$

$$\therefore S_{AD} = 3,000\text{kgf}(\text{인장})$$

$$\therefore \begin{cases} \text{부재 AC의 단면적 } A_{AC} = \frac{S_{AC}}{\sigma_{el}} = \frac{3,750}{4,000/2} = 1.9\text{cm}^2 \\ \text{부재 AD의 단면적 } A_{AD} = \frac{S_{AD}}{\sigma_{el}} = \frac{3,000}{2,000} = 1.5\text{cm}^2 \end{cases}$$