13. 비모수통계

비모수통계

◆ 모수통계(parametric statistics)란

모집단의 분포에 관해 특별한 가정을 세운 다음 통계적 추론을 시도하는 것을 말함.

예) Z검정, t 검정, F 검정

◆모수통계의 특징

첫째, 추론의 대상이 모평균, 모비율, 모분산 등과 같은 모집단의 특성치, 즉 모수(parameter)라는 점

둘째, 추론방법이 비교적 엄격한 가정을 전제로 하고 있다는 점.

표본의 크기가 작거나 모집단이 정규분포와는 크게 다른 모습으로 분포되어 있을 때에는 모수통계방법의 사용에 신중을 기할 수 밖에 없다. 따라서 모집단에 대한 특별한 가정을 전제로 하지 않는 추론방법의 필요성이 대두 → 비모수통계(non-parametric statistics)

비모수통계

◆ 비모수통계는 다음과 같은 경우에 사용된다.

첫째는 검정하고자 하는 가설이 모수와 관련된 것이 아닌 경우로서 χ2-적합도 검정이나 독립성 또는 동일성 검정, 표본의 무작위성 검정 등이 여기에 속함.

둘째는 모집단의 분포가 명확하지 않아서 모수 통계방법을 사용하기 곤란할 때로서 모수통계의 대안으로 가정을 전제로 하지 않는 비모수 통계방법을 이용.

셋째는 자료가 서열(rank)을 나타내는 순위자료이거나 순수한 범주적 자료일 경우.

넷째는 간편한 방법으로 짧은 시간 내에 검정결과를 알고자 하는 경우.

◆비모수 통계의 장점

첫째 비모수통계는 가정을 필요로 하지 않거나 필요하다 하더라도 최소수준에 지나지 않으므로 오용이나 남용의 우려가 적다는 점.

둘째는 손쉽게 빨리 계산할 수 있다는 점.

셋째는 빈도, 순위 또는 범주적 자료와 같은 자료에도 사용될 수 있다는 점.

제 1 절 χ^2검정

지금까지 다루어온 변수들은 주로 무게, 길이, 부피, 거리, 금액, 비율, 점수 등과 같이 일반적으로 측정가능한 수량적 변수

그러나 자료에 따라서는 일정한 분류기준에 따른 빈도(frequency)로 나타나는 경우
예) 각기 다른 판촉행사에 참가한 소비자들 중 구매자의 수라든지 동일한 제품을 생산하는 두 공장의 불량품의 수, 성별, 연령별, 자동차 색상별 구매자의 수

분류기준에 따라 자료의 빈도를 정리한 표를 분할표(contingency table)라고 하는 데, 분할표의 분석을 통하여 우리는 분류기준별 빈도수에 차이가 있는지 알고 싶어한다.
-> χ^2검정이다.

제 1 절 χ^2검정

χ2 검정은 그 사용목적에 따라 독립성, 동질성 및 적합성검정으로 나누어짐.

◆독립성검정(test of independence)이란 자료를 둘 이상의 범주에 따라 분류하였을 때 범주들의 상호 독립성 여부를 검정하는 것.

◆ 동질성 검정(test of homogeneity)이란 일정 특성에 대한 모집단들의 동질성 여부를 검정하는 것. 예) 각기 다른 모집단으로부터 표본을 추출하여 특성보유여부에 따라 분류하고 두 모집단의 특성보유 비율이 같은지 검정하는 것.

◆ 적합성 검정(goodness-of-fit test)은 모집단의 분포형태를 표본자료를 통하여 확인하는 과정이다.

[예 13.1] L사의 하이샤시 압출기 Line 4대는 65mm 두께의 ASA 제품의 프로파일을 생산하고 있다. 각 설비의 불량수준을 알아보기 위하여 일정한 시간을 정하여 각 설비별 불량과 양품의 개수를 조사한 결과 다음과 같았다. 각 설비별 불량률에 차이가 있는지 유의수준 5%로 검정하시오.

설비 ＼ 양·불량	양품	불량	계
설비1	96	24	52
설비2	64	28	62
설비3	94	28	135
설비4	66	20	94
계	196	149	531

제 1 절 χ^2검정/ 1. 독립성검정

설비를 i, i=1,2,3,4로, 불량을 j, j=1,2로 표시한 다음 이 분할표의 도수를 총 조사대상자의 비율로 전환. $P[i, j] = P[i]P[j]$

i \ j	양품	불량	합계
설비1	0.2286	0.0571	0.2857
설비2	0.1524	0.0667	0.2190
설비3	0.2238	0.0667	0.2905
설비4	0.1571	0.0476	0.2048
합계	0.7619	0.2381	1.0000

두 변수간의 독립성 검정을 위하여 아래와 같이 가설을 설정.

H_0 : 두 변수는 상호 독립적이다.
H_1 : 두 변수는 상호 독립적이지 않다.

제 1 절 χ^2검정/ 1. 독립성검정

a와 b를 각각의 독립변수 분류기준의 수라고 하자. i = 1, 2, … a 이며 j = 1, 2, … b 이다.
또한 Oij와 Eij를 (i,j)칸의 관측도수(observed frequency)와 기대도수(expected frequency)라고 하자.

가설의 검정은

$$\chi^{2*} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

자유도 (a-1)(b-1)의 χ 2 분포 값과 비교하여 이루어 진다.

즉 주어진 유의수준이 일 때 의사결정규칙은 아래와 같다.

만약 p 값 = P[$\chi^{2*} \leq \chi^2_{(a-1)(b-1)}$] 이 유의수준보다 크면 귀무가설 채택

아니면 귀무가설 기각

[예 13.1 계속] 유의수준 에서 <예 13.1>의 두 변수의 상호 독립성을 검정하여 보자.

우선 <표 13.2>의 각 변수의 주변확률을 이용하여 두 변수가 상호 독립일 때 칸의 교집합사상의 확률을 구한 다음 기대도수를 계산한다.

몇 가지 예를 들면

$$P[1,\ 2] = P[1]P[2] = 0.2857 \times 0.2381 = 0.068025$$

이며, 기대도수는 각각 이다. <표 13.3>은 이와 같은 방식으로 기대도수를 구한 다음 관측도수와 함께 정리한 것이다.

i \ j	양품1		불량2	
	Oij	Eij	Oij	Eij
설비1	96	91.43	24	28.57
설비2	64	70.10	28	21.90
설비3	94	92.95	28	29.05
설비4	66	65.52	20	20.48

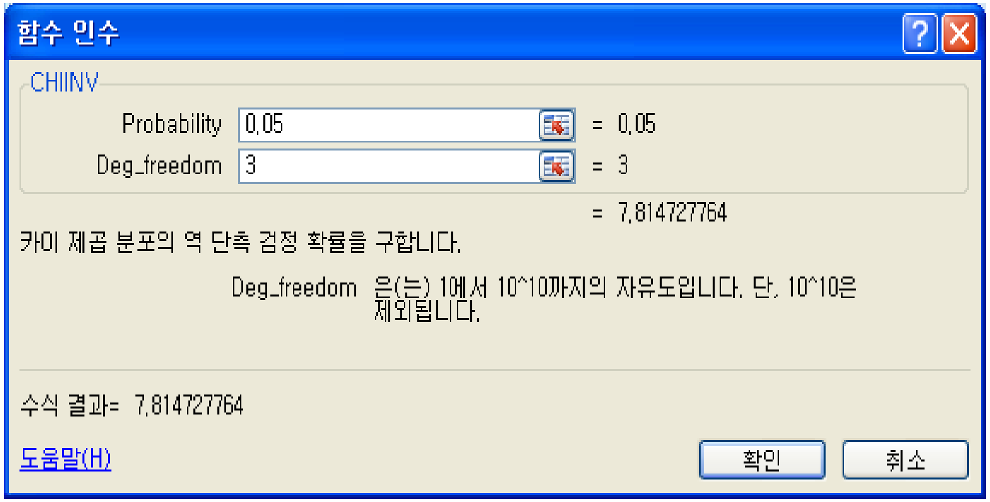
χ^2 값을 구하면

$$\chi^{2*} = \frac{(96 - 91.43)^2}{91.43} + \frac{(24 - 28.57)^2}{14.587} + \cdots + \frac{(66 - 65.52)^2}{65.52} + \frac{(20 - 20.48)^2}{20.48} = 3.250$$

이 예에서의 자유도는 (a−1)(b−1) = (4−1)(2−1) = 3이며, 이에 대한 P값은

P 값은 $P[\chi_3^2 \geq 3.250] = 1 - P[\chi_3^2 \leq 3.250] = 1 - 0.6453 = 0.3547$이므로 귀무가설을 채택하고 두 변수는 상호 독립적이라는 결론을 얻는다. 즉 설비와 제품의 품질은 어떠한 형태로든 상호 연관성이 있다고 볼 수 없다.

엑셀에서 χ^2 구하는 법



제 1 절 χ^2검정/ 2. 동질성검정

제 9장에서 우리는 표준정규확률변수 Z를 사용하여 두 모집단의 비율의 동일성 여부를 검정하는 방법을 논의한 바 있다.

이 때의 귀무가설은 H_0 : $P_1=P_2$ 또는 H_0 : $P_1-P_2=0$로 설정하였다.

여기서의 비율이란 모집단 소속 개체들을 일정한 특성을 지닌 개체들과 그렇지 않는 개체들로 나누었을 때 특성을 지닌 개체들의 상대빈도을 말하는 것이다.

이제 이를 확장하여 모집단 소속의 개체가 둘 이상의 특성으로 분류되는 경우를 생각해 보자.

예) 소비자를 고, 중, 저소득층으로 나눈다든지, 거주지 별로 대도시, 중소도시, 농촌지역 거주자로 나누어 보거나, 중, 고, 대졸 등 학력별로 분류해 보는 경우이다.

이러한 경우에 두 모집단의 비율의 동일성여부를 검정하려면 b개의 특성 모두의 비율에 대한 동일성 여부를 검정해야 하며, 이는 대단히 번거롭럽고 힘든 일이다.

더군다나 더우기 모집단이 셋 또는 그 이상이라면 대단히 복잡한 일이 아닐 수 없다.

그러나 이렇게 개의 특성을 지닌 b개의 모집단의 특성별 비율의 동일성을 검정하는 것을 모집단의 동질성 검정이라고 하는데 식 (13-3)의 χ^2검정을 이용하면 간단히 해결된다.

동일성 여부를 검정하기 위한 가설

H_0 : 표본이 추출된 모집단은 모두 동질적이다.
H_1 : 표본이 추출된 모집단은 모두 동질적이 아니다.

귀무가설의 검정은

$$\chi^{2*} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

자유도 (a-1)(b-1)의 $\chi 2$ 분포 값과 비교하여 이루어 진다. 주어진 유의수준 α에서 의사결정규칙은 아래와 같다.

만약 p값 = p[$\chi^{2*} \le \chi^2_{(a-1)(b-1)}$] 이 유의수준보다 크면 귀무가설 채택

아니면 귀무가설 기각

제 1 절 χ^2검정/ 2. 동질성검정

[예 13.4] 아래 표는 250명을 대상으로 직종별 임금만족도를 조사하여 분류한 것이다. 직종별로 임금만족비율에 차이가 있는지 α =0.05 수준에서 검정하라.

만족도/직종	전문기술직	사무직	판매직	서비스직	계
만족	12	13	13	7	45
보통	16	24	29	23	92
불만	18	29	33	33	113
계	46	66	75	63	250

직종별 만족도 비율에 차이가 없다고 보면 만족자의 비율은 45/250 = 0.18이며, ‘보통’ 과 ‘불만’ 비율은 각각 0.368, 0.452이다.

이 비율을 이용하여 직종별로 만족도별 기대도수를 계산한 표가 다음 장에 제시되어 있다.

예를 들면 총 46명의 전문기술직 종사자 중 만족도가 보통인 사람의 기대빈도는 46 x 0.386 = 16.928명이다.

제 1 절 χ^2검정/ 2. 동질성검정

만족도₩직종	전문기술직	사무직	판매직	서비스직	계
만족	8.280	11.880	13.500	11.340	45
보통	16.928	24.288	27.600	23.184	92
불만	20.792	29.832	33.900	28.476	113
계	46	66	75	63	250

χ2 값은

$$\chi^{2^*} = \frac{(12 - 8.280)^2}{8.280} + \frac{(13 - 11.880)^2}{11.880} + \cdots + \frac{(33 - 28.476)}{28.476} = 4.7239$$

이에 대한 p값은 P[$\chi_6^2 \geq$4.2739] = 0.5797이므로 귀무가설을 채택하고 직종별로 임금만족비율에는 차이가 없다는 결론을 내린다.

제 1 절 χ^2검정/ 3. 적합도검정

대부분의 모수통계방법은 모집단의 분포형태에 관한 가정을 전제로 하고 있다.

예) 모평균에 대한 신뢰구간은 모집단이 정규분포이냐 아니냐에 따라 설정방법이 다르며, 회귀분석과 분산분석은 오차항이 정규분포를 따른다는 것을 가정하고 있다.

따라서 모집단 분포에 대한 가정이 충족되지 않는다면 추론결과의 신뢰도는 저하될 수밖에 없으므로 분석의 마지막 단계에서는 항상 가정의 충족여부, 특히 분포의 형태에 관한 가정의 충족여부를 검토해야 한다.

그렇다면 관측한 현상의 확률분포를 인식할 수 있는 구체적인 방법은 무엇인가?

가장 간단한 방법은 점그림표나 히스토그램과 같은 도표를 이용하여 시각적으로 확인하는 것이다.

그러나 도표를 이용하는 방법은 주관적 판단에 의존할 수밖에 없으므로 항상 보조수단에 지나지 않는다.

따라서 분포의 형태를 확인할 수 있는 통계적 방법이 필요하며, 이 방법 중의 하나가 바로 χ^2 적합도 검정이다.

현재는 미니텝과 같은 소프트웨어에서 데이터에 대한 분포를 바로 식별하는 것이 가능하다.

적합도를 검정하기 위한 가설

H_0 : 자료가 추출된 모집단은 ×× 분포를 따른다.
H_1 : 자료는 추출된 모집단은 ×× 분포를 따르지 않는다.

n은 표본의 크기이며 자료는 r개의 상호 배타적인 구간으로 나누어진다고 하자.

Oi와 Ej를 각각 구간 의 관측빈도수와 기대빈도수라고 한다. 기대빈도수는 귀무가설에 명시된 분포에 따라 구한다. 그러면 표본이 충분히 크고 귀무가설이 사실이라면 통계량

$$\chi^{2*} = \sum_{i=1}^{r} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

의 분포는 자유도 의 -분포와 근사(approximately) 하다.

만약 표본자료를 이용하여 모수를 추정하고 이를 귀무가설에 명시하면 $\chi 2$ 분포의 자유도는 (r-k-1)이 된다. 여기서 k는 추정한 모수의 수이다. 이 가설검정의 의사결정규칙은 다음과 같다.

만약 p값 = p[$\chi^{2*} \le \chi^2_{(a-1)(b-1)}$]이 유의수준보다 크면귀무가설을 채택하고 아니면 귀무가설을 기각한다.

[예 13.5] 가계금융조사를 위해 추출한 전국의 10,000 가구를 모집단으로 보고 이들 중 100가구를 추출한 자료로 정규분포를 따른다고 볼 수 있는지 수준에서 χ^2 적합도검정으로 유의수준 α = 0.05에서 검정하라.

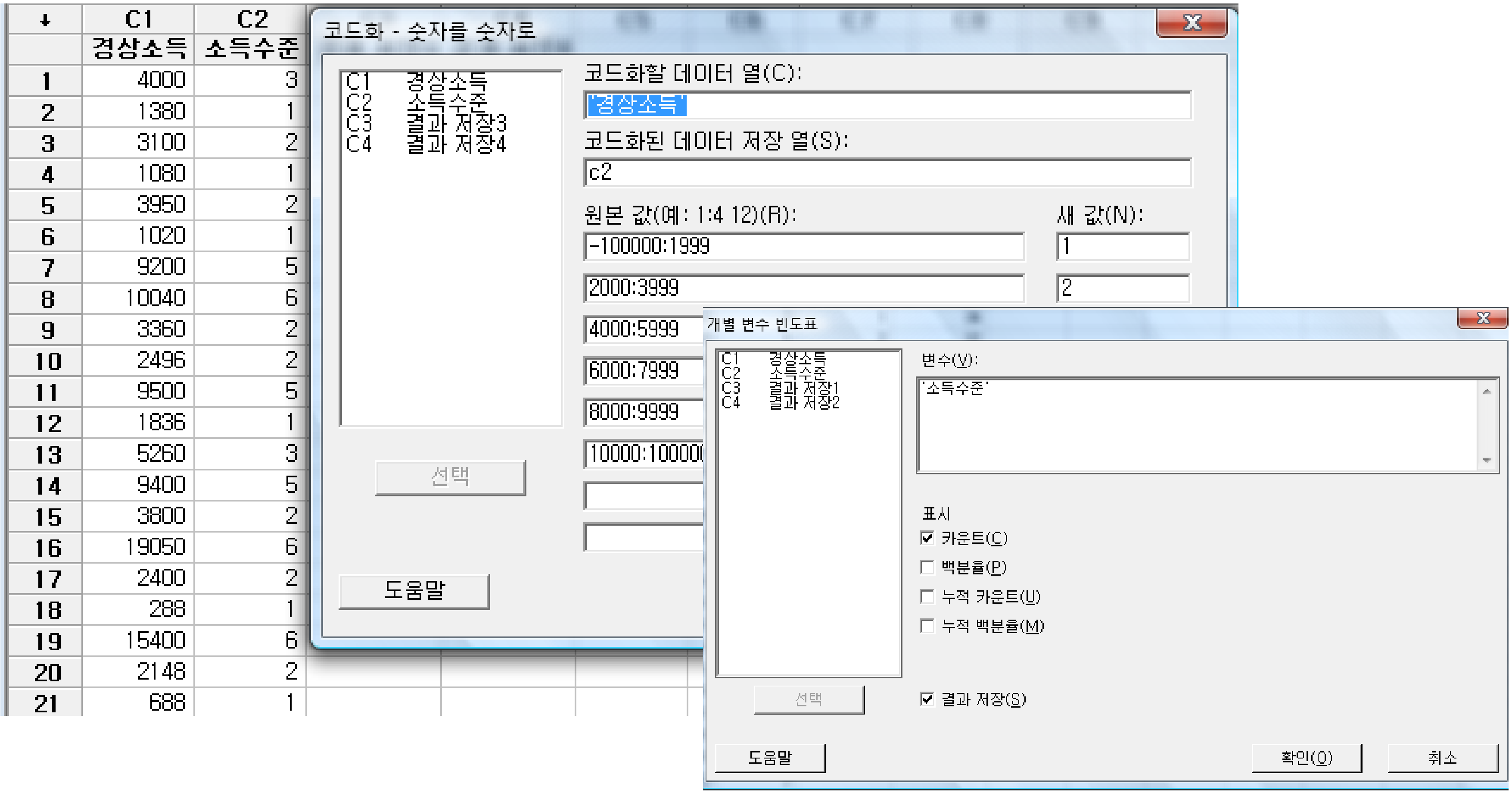
우선 가설설정을 위해 구간은 2,000만원의 단위로 설정하였다.

↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
	경상소득	소득수준	구간하한	구간상한	관측빈도	누적확률	구간확률	기대빈도	카이제곱값
1	4000	3	-1000000	2000	35	0.30463	0.304631	30.4631	0.67569
2	1380	1	2000	4000	32	0.49339	0.188760	18.8760	9.12481
3	3100	2	4000	6000	16	0.68367	0.190281	19.0281	0.48190
4	1080	1	6000	8000	5	0.83461	0.150940	15.0940	6.75028
5	3950	2	8000	10000	5	0.92883	0.094215	9.4215	2.07502
6	1020	1	10000	1000000	7	1.00000	0.071173	7.1173	0.00193
7	9200	5							
8	10040	6							
9	3360	2							
10	2496	2							
11	9500	5							
12	1836	1							
13	5260	3							
14	9400	5							

가설 설정

H_0 : 자료는 μ=4,067, σ=4,044의 정규분포를 따른다.

H_1 : 자료는 μ=4,067, σ=4,044의 정규분포를 따르지 않는다.



↓	C1 경상소득	C2 소득수준
1	4000	3
2	1380	1
3	3100	2
4	1080	1
5	3950	2
6	1020	1
7	9200	5
8	10040	6
9	3360	2
10	2496	2
11	9500	5
12	1836	1
13	5260	3
14	9400	5
15	3800	2
16	19050	6
17	2400	2
18	288	1
19	15400	6
20	2148	2
21	688	1

누적확률은 구간별로 모평균 4,067, 모집단 표준편차 4,044의 정규분포를 기준으로 계사괴었으며, 기대빈도는 (구간확률 x 100)이다.

χ^2 값은 아래와 같이 계산됨.

$\chi^2 = (35-30.4631)^2/ 30.4631+ \cdots + (7-7.1173)^2/7.1173 = 0.67569 + \cdots + 0.000194$
$=19.1096$

두개의 모수 (μ와 σ)을 추정하였으므로 자유도는 6-2-1 = 3 이다.

p 값은 자유도 3의 χ^2 확률변수가 자료로부터 얻은 χ^2=19.1096보다 크거나 같을 확률이므로 $P[\chi_3^2 \geq 19.1096] = 1 - P[\chi_3^2 \leq 19.1096] = 1- 0.99974$ 이다.

따라서 귀무가설을 기각한다.

즉, 100명의 경상소득분포는 평균 4,067, 표본편차 4,044의 정규분포를 따르지않는다.

제 2 절 단일표본/ 1.단일표본 부호검정

분포의 중심집중경향(central tendency)을 측정하는 통계량 중에서도 가장 사용빈도가 높은 것은 산술평균과 중앙치이지만 대부분의 모수통계의 통계적 추론은 산술평균에만 촛점을 맞추고 있다.

모평균에 대한 신뢰구간이나 가설검정 등이 바로 그것이다.

반면 비모수통계는 산술평균보다는 중앙치를 주된 검정의 대상으로 하고 있다.

그것은 무작위로 자료를 추출할 경우 자료의 값이 중앙치보다 작거나 클 확률이 각각 0.5로 동일하기 때문이다.

그러나 분포가 좌우대칭이라면 중앙치와 산술평균은 같으므로 중앙치에 대한 가설검정의 결과는 산술평균에 대한 가설검정의 결과와 일치한다.

여기서는 중앙치의 위치에 대한 검정방법으로 부호검정을 소개한다

부호검정은 자료를 일련의 +와 –부호로 전환한 다음 부호들의 수를 근거로 이루어진다. 아래 가설을 고려해 보자. Md는 중앙치를 의미한다.

$$H_0 : M_d = M_{d_0}$$
$$H_1 : M_d \neq M_{d_0}$$

제 2 절 단일표본/ 1.단일표본 부호검정

만약 귀무가설이 사실이라면 모집단의 중앙치는 M_{d0}이므로, 이 모집단에서 무작위로 추출된 표본자료 중 중앙치 이상의 자료와 이하인 자료의 수는 대체로 각각 절반에 가까울 것으로 기대할 수 있다.

부호검정은 이러한 인식을 기초로 하고 있다. X_i, $i = 1, 2, 3, \cdots n$을 무작위로 추출된 자료라고 하자. 각 자료에 대하여 $X_i - M_{d0}$ 을 구한 다음 이 결과를 + 혹은 – 부호로 나타내어 각 부호의 개수를 구한다.

만약 + 혹은 – 부호의 수가 비정상적으로 적거나 크다면 귀무가설이 사실이 아닐 가능성이 높다는 것을 의미하므로 귀무가설을 기각할 수 있다. 이러한 관찰을 체계화 하여보자.

우선 귀무가설이 사실이라고 가정하자. 중앙치란 자료를 순서대로 배열했을 때 중앙에 위치한 값이므로 무작위로 추출된 자료가 중앙치보다 크거나 작을 확률은 각각 0.5라고 할 수 있다.

따라서 무작위로 자료를 추출하는 과정은 성공의 확률이 0.5인 일련의 베르누이 시행이다. 또한 n개의 자료 중 + 혹은 – 부호의 개수는 이항분포를 따른다.

k를 n개의 자료가 가질 수 있는 + 혹은 – 부호의 개수 중 작은 수라고 정의하자.

그러면 $F[k] = P[K \leq k] = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{k} \left\{ \frac{1}{2} \right\}^{n}$ 이다.

실제 자료에 나타난 부호의 수를 k라고 하자.

만약 F(k) < α 라면 발생확률이 α 보다 작은 현상이 발생한 것이므로 유의수준 에서 귀무가설을 기각한다

제 2 절 단일표본/ 1.단일표본 부호검정

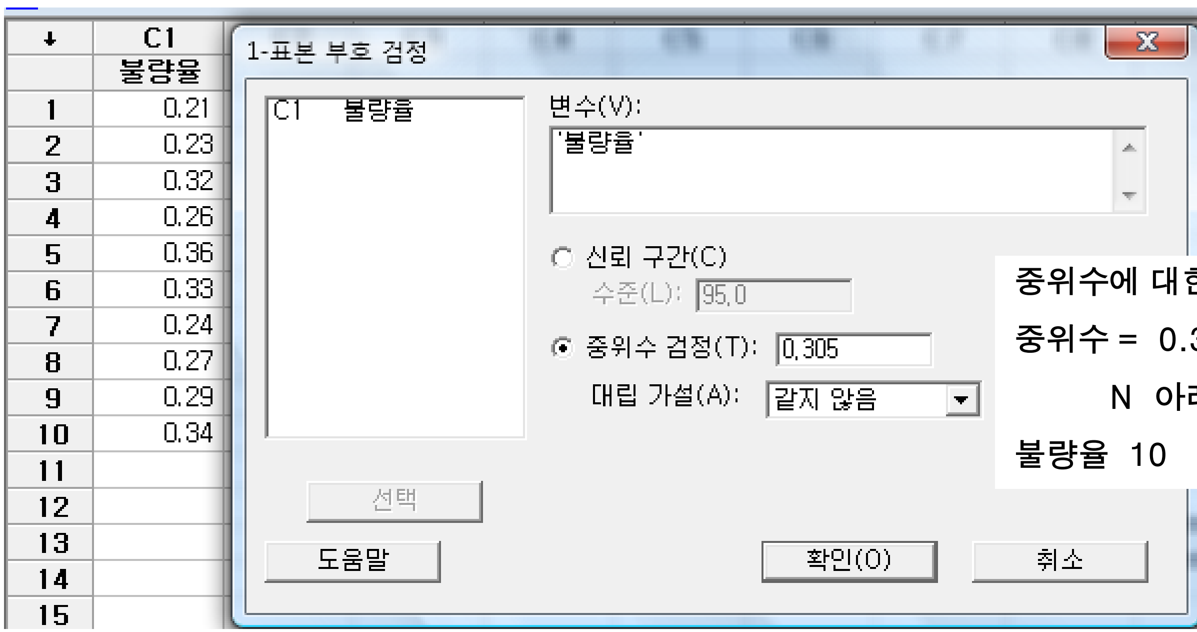
[예 13.7] 아래는 16일간의 불량율 자료이며 이 자료의 중앙치는 0.3050이다.

0.21 0.23 0.32 0.26 0.36 0.33 0.24 0.27

0.29 0.34 0.27 0.32 0.33 0.28 0.32 0.35

이 자료 중 처음 10개만을 대상으로 아래 가설을 수준에서 검정하여 보자.

$$H_0 : M_d = 0.3050$$
$$H_1 : M_d \neq 0.3050$$



중위수에 대한 부호 검정: 불량율

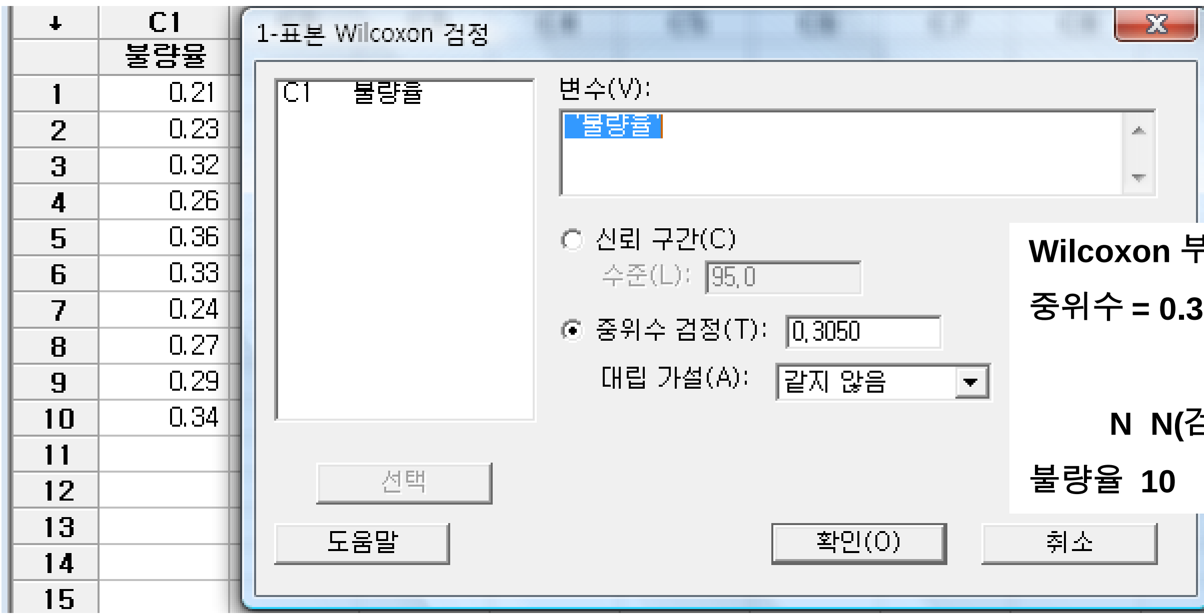
중위수 = 0.3050 대 not = 0.3050의 부호 검정

	N	아래	같음	위	P	중위수
불량율	10	6	0	4	0.7539	0.2800

[예 13.8] 앞에 소개한 부호검정은 검정과정에서 귀무가설에 명시된 중앙치와 측정치의 차이의 부호만을 활용할 뿐 차이의 크기나 물론 순위는 전혀 참고하지 않는다.

반면 여기서 설명하고자 하는 윌콕슨의 부호순위검정은 부호는 순위도 함께 고려하므로 자료에 함축된 정보를 부호검정보다 많이 활용하고 있다고 볼 수 있다. 모집단이 좌우 대칭이라고 가정하고 다음 가설을 고려해 보자.

$$H_0 : M_d = M_{d_0}$$
$$H_1 : M_d \neq M_{d_0}$$



Wilcoxon 부호순위 검정: 불량율

중위수 = 0.3050 대 중위수 not = 0.3050의 검정

	N	N(검정용)	Wilcoxon 통계량	P	추정된 중위수
불량율	10	10	16.0	0.262	0.2850

제 3 절 두 표본/ 맨-위트니(Mann-Whitney)검정

맨-위트니 검정은 모집단의 동일성을 검정하는 방법으로서 맨-위트니 U-검정, 혹은 맨-위트니-윌콕슨(Wilcoxon) 검정이라고 부르기도 한다.

$X_1, X_2, \cdots X_{n_1}, Y_1, Y_2, \cdots Y_n$ 를 각각의 모집단으로부터 상호 독립적이며 무작위로 추출된 표본이라고 하자. n_1, . n_2 는 각각의 표본크기를 의미한다. 또한 두 모집단은 단지 모수의 위치에만 차이가 있다고 가정한다.

가설을 아래와 같이 설정.

H_0 : 두 모집단의 분포는 동일하다.
H_1 : 두 모집단의 분포는 동일하지 않다.

이 가설의 검정통계량을 구하려면 우선 두 표본을 합하여 자료를 작은 것부터 순서대로 배열한 다음 순위를 부여한다. 동 순위의 자료들의 순위는 동 순위가 아닐 때 그 자료들이 부여받을 순위의 평균으로 한다. 모집단 1로부터 추출된 자료들의 순위의 합계를 구한다. 순위의 합계를 구하는 것은 표본크기가 같을 경우 만약 모집단 1의 모수가 모집단 2의 모수보다 작다면 표본 1의 순위의 합계는 표본 2의 순위의 합계보다 작을 것이며 모집단 2의 모수보다 크다면 그 반대를 예상할 수 있기 때문이다. 를 표본 1의 순위의 합계라고 하자. 그러면 검정통계량 는 다음과 같다.

$$T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$$

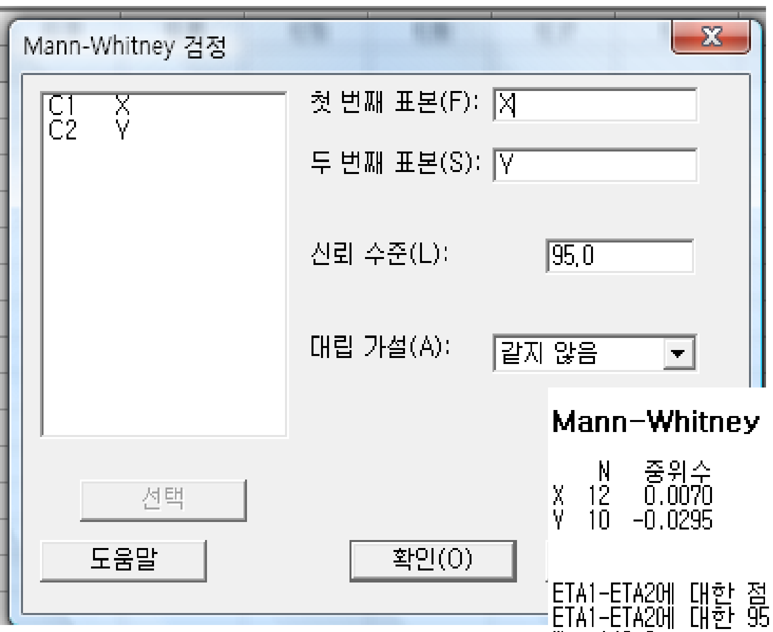
이 값이 너무 크거나 작으면 귀무가설을 기각한다

제 3 절 두 표본/ 맨-위트니(Mann-Whitney)검정

[예 13.9] [예 13.4]의 자료를 두 부분으로 나누어 처음 12개와 마지막 10개를 각각 표본 1과 2라고 한 다음 분포의 동일성 여부를 유의수준 에서 확인하여 보자.

통계분석▶ 비모수 통계▶ Mann-Whitney 검정으로 들어가 첫 번째 표본 X와 두 번째 표본 Y 데이터를 클릭하고 95% 수준에서 두 분포가 동일한가를 분석하는 것이므로 대립가설을 같지 않음으로 선택하고 확인하면 0.6209에서 유의하다고 판정하므로 95%에서는 유의하다고 할 수 없다는 것이다

↓	C1	C2
	X	Y
1	0.01122	0.02719
2	0.12114	-0.01600
3	-0.06720	-0.05820
4	0.04811	-0.11080
5	0.00274	-0.09020
6	0.03120	-0.05950
7	-0.08160	0.04786
8	-0.01990	-0.04300
9	0.16366	0.12605
10	-0.01210	0.03468
11	-0.14430	
12	0.01786	
13		
14		
15		



Mann-Whitney 검정 및 CI: X, Y

```
     N   중위수
X   12   0.0070
Y   10  -0.0295

ETA1-ETA2에 대한 점 추정치는 0.0231입니다.
ETA1-ETA2에 대한 95.6 백분률 CI는 (-0.0471,0.0911)입니다.
W = 146.0
ETA1 = ETA2 대 ETA1 not = ETA2의 검정은 0.6209에서 유의합니다
```

제 4 절 다 표본/ 크루스칼-왈리스(Kruskall-Wallis)검정

12장에서 다룬 분산분석의 경우는 모집단이 정규분포를 따른다는 가정 하에 F 검정을 한 것이다. 만약 모집단이 정규분포를 따른다고 할 수 없을 때, 순위를 이용한 검정은 Kruskall-Wallis 검정 방법을 활용한다.

Kruskal-Wallis의 검정은 일원분산분석을 대신 할 수 있는 비모수 통계법으로 i 번째의 모집단에서 독립적으로 추출한 표본의 크기를 ni (i = 1,2,3, , k)라 하자. 모든 표본들을 하나로 합쳐서 관측치 값이 가장 작은 것부터 큰 것 순으로 재배열한 뒤 1부터 $\sum_{i=1}^{k}$ ni 까지의 순위를 부여한다.

이 때 값이 같은 것이 있으면 해당순위를 평균 내어 그 평균값을 순위로 부여한다. i 번째 표본에 속해있는 $\sum_{i=1}^{k}$ ni 개의 관측치에 부여된 순위의 총합을 $\sum_{i=1}^{k}$ ri로 계산하고 대립가설과 귀무가설은 아래와 같다

대립가설과 귀무가설은 아래와 같다

귀무가설 H_0 : $M_1 = M_2 = M_k$

대립가설 H_1 : 최소한 하나의 M_1는 다른 것과 다르다

이 때 검정통계량 H = 12/ {n(n+1) } $\sum$ (ri)2/ni – 3(n+1) (n = ni)이며,

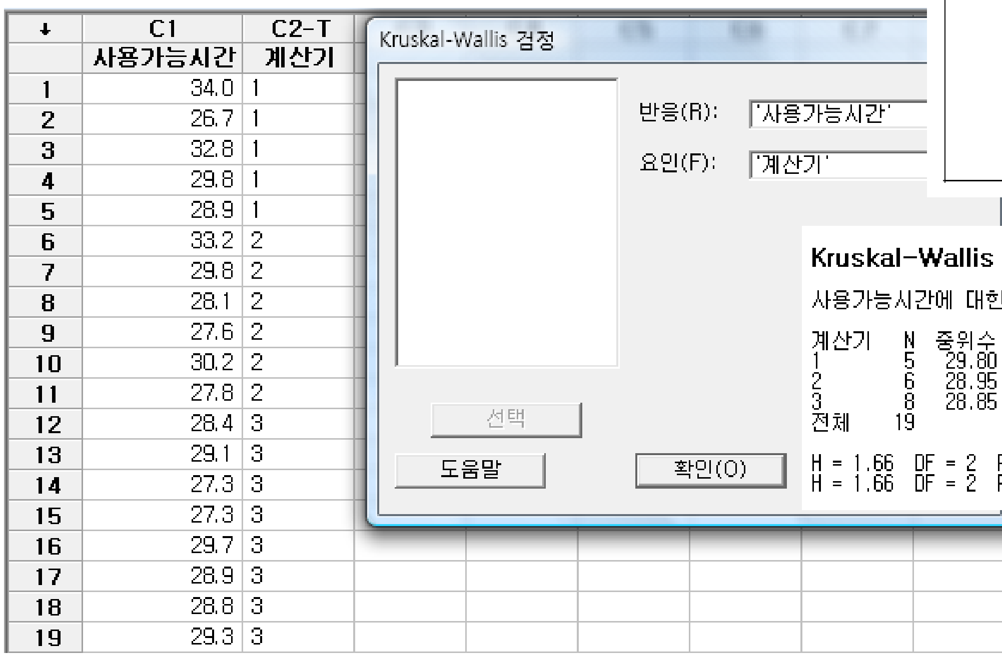
기각역: H ＞(자유도= k-1)이다.

제 4 절 다 표본/ 크루스칼-왈리스(Kruskall-Wallis)검정

[예 13.10] 다음은 소형전지를 새로 교체한 세 종류의 계산기의 사용가능 시간을 측정한 것이다. 에서 이들 세 종류의 계산기는 사용가능 시간면에 있어 차이가 있는지 가설을 검정하라.

통계분석▶ 비모수 통계▶ Kruskal Wallis 검정으로 들어가 반응에 사용가능시간, 요인에 전지 종류를 입력하고 확인하면 P값이 0.436으로 신뢰수준 95%에서는 유의하다고 할 수 없다.

1	2	3
34.0	33.2	28.4
26.7	29.8	29.1
32.8	28.1	27.3
29.8	27.6	27.3
28.9	30.2	29.7
	27.8	28.9
		28.8
		29.3



↓	C1 사용가능시간	C2-T 계산기
1	34.0	1
2	26.7	1
3	32.8	1
4	29.8	1
5	28.9	1
6	33.2	2
7	29.8	2
8	28.1	2
9	27.6	2
10	30.2	2
11	27.8	2
12	28.4	3
13	29.1	3
14	27.3	3
15	27.3	3
16	29.7	3
17	28.9	3
18	28.8	3
19	29.3	3

Kruskal-Wallis 검정: 사용가능시간 대 계산기

```
사용가능시간에 대한 Kruskal-Wallis 검정

계산기    N  중위수  Ave 순위      Z
1         5   29.80     12.2   1.02
2         6   28.95     10.6   0.31
3         8   28.85      8.2  -1.20
전체     19             10.0

H = 1.66  DF = 2  P = 0.436
H = 1.66  DF = 2  P = 0.435(같은 값을 위해 수정)
```